

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Томография и сжатые состояния в квантовой оптике и квантовой механике
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Космические технологии
	Физтех-школа Аэрокосмических Технологий
	кафедра теоретической физики им. Л.Д. Ландау
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: В.И. Манько, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической физики им. Л.Д. Ландау 28.05.2021

## Аннотация

В курсе рассматриваются современные темы основ квантовой механики. К ним относятся проблемы квантовой томографии сжатых и когерентных состояний в квантовой оптике, теории и описании состояний систем, описываемых векторами и матрицами плотности в конечномерных гильбертовых пространствах в случае спинов кубитов и кудитов, а также томографическими распределениями вероятностей в случае параметрических осцилляторов и состояний фотонов. Излагается метод квантования с помощью звездочного произведения символов операторов физических величин и построения представлений типа представления Вигнера-Вейля физических величин. Излагается теория функции Вигнера, квазираспределения Хусими-Кано и квазираспределения Глаубера-Сударшана, описывающих состояния фотонов с использованием формализма квантайзеров-деквантайзеров. Излагается метод вероятностного представления квантовых состояний, при использовании которого состояния квантовых систем описываются распределениями вероятностей, содержащими ту же информацию, которая содержится в волновой функции и матрице плотности. Изучаются квантовые уравнения эволюции фон Неймана в представлениях Мойала и вероятностном представлении, а также уравнение Горини-Коссаковского-Сударшана-Линдблада для открытых систем. Изучаются интегралы движения параметрических осцилляторов и их связь с функцией Грина уравнения Шредингера. Изучаемый материал нужен для развития квантовых технологий.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Изучение основ квантовой механики и квантовой теории информации.

#### Задачи дисциплины

Изучение понятий квантовой оптики и статистических основ квантовой теории информации.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.1 Понимает принципы работы используемого оборудования (специализированных пакетов прикладных программ)

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- Свойства энтропии, свойства информации классических квантовых систем;
- соотношение неопределенностей для энергии - энтропии и других квантовых наблюдаемых.

уметь:

- Пользоваться аппаратом гильбертовых пространств и операторов плотности, а также других наблюдаемых;
- пользоваться аппаратом дифференциальных форм;
- уметь представлять тензоры кривизны и кручения при помощи аппарата дифференциальных форм (уравнения Картана);
- свободно владеть основными уравнениями ОТО;
- решать задачи про излучение гравитационных волн в квадрупольном приближении, т.е. в нерелятивистском случае;
- решать уравнения ОТО в центрально-симметричном случае (черная дыра), а также в случае однородного и изотропного пространства (модели Вселенной по Фридману).

владеть:

Основными методами математического аппарата квантовой теории поля, статистической и математической физики.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Матрица плотности (оператор плотности). Соотношения неопределенностей Гейзенберга и Шредингера .	3	3		5
2	Волновые пакеты, сжатые состояния. Когерентные состояния. Коррелированные состояния.	3	3		5
3	Интегралы движения, зависящие от времени, для стационарных и нестационарных квантовых систем. Пропагатор (функция Грина) и его связь с интегралами движения.	3	2		5
4	Соотношения субаддитивности и положительность информации.	3	4		5
5	Матрица плотности в представлении Вигнера–Вейля. Символ оператора. Глауберовское представление.	3	3		5
6	Уравнения типа Фоккера–Планка для матрицы плотности в представлениях: координатном, импульсном, когерентных состояний, сжатых состояний, Вигнера–Вейля. Нестационарный осциллятор с переменной частотой под действием возбуждающей силы как модель генерации когерентных, сжатых и коррелированных состояний.	4	3		5

7	Функция распределения фотонов в сжатых и коррелированных состояниях. Фейнмановский интеграл по траекториям в квантовой механике и квантовой оптике.	4	4		5
8	Группы Ли $SU(2)$ ; $SU(1;1)$ ; $SU(n)$ ; $ISP(2n;R)$ в задаче о многомодовых сжатых и коррелированных состояниях. Трение и диссипация в квантовой механике, влияние на сжатые состояния.	2	2		3
9	Электрон в магнитном поле, когерентные и сжатые состояния. Вероятности переходов при параметрическом возбуждении многомодовой системы фотонов.	3	4		3
10	Функция распределения в сжатом многомодовом состоянии фотонов и полиномы Эрмита многих переменных. Оптическая томография и измерение квантовых состояний.	2	2		4
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 1 (Осенний)

1. Матрица плотности (оператор плотности). Соотношения неопределенностей Гейзенберга и Шредингера .

Определение и свойства оператора плотности. Явное выражение в виде неравенств.

2. Волновые пакеты, сжатые состояния. Когерентные состояния. Коррелированные состояния.

Определение и свойства сжатых состояний. Определение и свойства этих состояний.

3. Интегралы движения, зависящие от времени, для стационарных и нестационарных квантовых систем. Пропагатор (функция Грина) и его связь с интегралами движения.

Определение интегралов движения и их свойства. Уравнение связи интегралов движения с пропагатором.

4. Соотношения субаддитивности и положительность информации.

Соотношение между инвариантами и операторами Гейзенберга. Матрица оператора эволюции в указанных представлениях.

5. Матрица плотности в представлении Вигнера–Вейля. Символ оператора. Глауберовское представление.

Функция Вигнера и волновая функция. Функция Глаубера-Сударшана и ее связь с оператором плотности.

6. Уравнения типа Фоккера–Планка для матрицы плотности в представлениях: координатном, импульсном, когерентных состояний, сжатых состояний, Вигнера–Вейля. Нестационарный осциллятор с переменной частотой под действием возбуждающей силы как модель генерации когерентных, сжатых и коррелированных состояний.

Квантовые кинетические уравнения в разных представлениях. Инварианты параметрического осциллятора и их свойства

7. Функция распределения фотонов в сжатых и коррелированных состояниях. Фейнмановский интеграл по траекториям в квантовой механике и квантовой оптике.

Неклассические состояния фотонов и свойства их функций распределения. Пропагатор и интеграл по траекториям.

8. Группы Ли  $SU(2)$ ;  $SU(1;1)$ ;  $SU(n)$ ;  $ISP(2n;R)$  в задаче о многомодовых сжатых и коррелированных состояниях. Трение и диссипация в квантовой механике, влияние на сжатые состояния.

Представления групп Ли и симметрии квантовых систем. Уравнение осциллятора с трением

9. Электрон в магнитном поле, когерентные и сжатые состояния. Вероятности переходов при параметрическом возбуждении многомодовой системы фотонов.

Траектория электрона в магнитном поле. Правило Борна для вероятностей.

10. Функция распределения в сжатом многомодовом состоянии фотонов и полиномы Эрмита многих переменных. Оптическая томография и измерение квантовых состояний.

Факторы Франка-Кондона для осцилляторных систем. Томограмма как функция распределения вероятностей. Примеры осциллятора и спина половина.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

- а) Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: доска, мел, тряпка.
- б) Необходимое программное обеспечение: не требуется.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

- 1. Матрица плотности. Представления и применение в статистической механике [Текст] : учеб. пособие для вузов. Ч. 1 / Ю. М. Белоусов, В. И. Манько ; Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т. — М. : МФТИ, 2004. — 176 с.
- 2. Матрица плотности. Представления и применения в статистической механике [Текст] : в 2 ч. Ч. 2 / Ю. М. Белоусов, В. И. Манько ; Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т - М.МФТИ, 2004

### Дополнительная литература

- 1. Классическая электродинамика [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. М. Бредов, В. В. Румянцев, И. Н. Топтыгин ; под ред. И. Н. Топтыгина. — М. : Наука, 1985. — 400 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Программой не предусмотрено

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Индивидуальная работа предполагает самостоятельное выполнение студентом определенного в «Задании» набора упражнений и задач в соответствии с тематикой семинарских занятий. При необходимости студент получает консультацию по выполнению отдельных задач у преподавателя ведущего занятия как во время проведения семинарских занятий, так и во внеурочное время по согласованию с преподавателем. «Задание» раздается всем студентам в виде учебно-методического материала, содержащего программу курса и упражнения, и задачи, включенные в два домашних задания. Студент также имеет возможность в течение семестра получать консультации по выполнению курсовой работы.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Космические технологии  
Физтех-школа Аэрокосмических Технологий  
кафедра теоретической физики им. Л.Д. Ландау  
**курс:** 1  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

**Разработчик:** В.И. Манько, д-р физ.-мат. наук, профессор, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.1 Понимает принципы работы используемого оборудования (специализированных пакетов прикладных программ)

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Томография и сжатые состояния в квантовой оптике и квантовой механике» обучающийся должен:

### знать:

- Свойства энтропии, свойства информации классических квантовых систем;
- соотношение неопределенностей для энергии - энтропии и других квантовых наблюдаемых.

### уметь:

- Пользоваться аппаратом гильбертовых пространств и операторов плотности, а также других наблюдаемых;
- пользоваться аппаратом дифференциальных форм;
- уметь представлять тензоры кривизны и кручения при помощи аппарата дифференциальных форм (уравнения Картана);
- свободно владеть основными уравнениями ОТО;
- решать задачи про излучение гравитационных волн в квадрупольном приближении, т.е. в нерелятивистском случае;
- решать уравнения ОТО в центрально-симметричном случае (черная дыра), а также в случае однородного и изотропного пространства (модели Вселенной по Фридману).

### владеть:

Основными методами математического аппарата квантовой теории поля, статистической и математической физики.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### **3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков**

Аттестация по дисциплине «Томография и сжатые состояния в квантовой оптике и квантовой механике» осуществляется в форме устного экзамена после одного семестра изучения.

Умения и навыки студентов определяются по итогам сдачи домашних заданий. Всего студентам предлагается два домашних задания. Задание содержит три типа задач и упражнений. Типовые задачи и упражнения разбираются на семинарских (практических) занятиях. Аналогичные задачи и упражнения студенты должны решить самостоятельно, используя рекомендованную литературу. Кроме того, студентам предлагаются специально помеченные задачи повышенной сложности. Решение таких задач требует от студента навыков и представляет собой оценку навыков решения задач повышенной сложности. Навыки студентов проверяются в результате решения контрольных работ, которые проводятся во время аудиторных занятий. Задачи аналогичны типовым задачам, включенным в домашние задания, как рассмотренных на семинарских (практических) занятиях, так и предлагаемых для самостоятельного решения. Задания контрольных работ оценены в определенную сумму баллов, что позволяет оценить уровень умения и навыков студентов.

Примеры контрольных заданий:

1. Вычислить томографическое распределение вероятностей в состоянии с заданным числом фотонов в одной и нескольких модах электромагнитного поля.
2. Вычислить энтропию Тсалиса двухкудитного состояния и доказать положительность деформированной информации.
3. Получить выражение для спиновой томограммы двух частиц со спином  $\frac{1}{2}$  и доказать неравенство Белла.

Каждый вопрос задания оценен в определенную сумму баллов в зависимости от сложности и уровня (знания, умения и навыки). Полная сумма баллов примера контрольной работы равна 50.

Итоговая экзаменационная оценка выставляется студенту с учетом оценки его работы в семестре.

Экзамен проводится в устной форме. Экзаменационные билеты могут содержать наряду с теоретическими вопросами, также и типовые задачи. Форма билета определяется лектором и зависит от лекционного потока.

Традиционная форма билета содержит 2 теоретических вопроса и одну типовую задачу.

Ответ студента оценивается по 10-балльной шкале.

Билеты также могут состоять из 3 – 5 относительно простых вопросов и вопроса (вопросов) повышенной сложности. Простые вопросы оценивают уровень знаний. Сложные вопросы оценивают уровень умений и навыков.

Пример билета с вопросами разного уровня:

1. Найдите матрицу плотности возбужденного состояния осциллятора.
2. Найти распределения по числу фотонов в сжатом состоянии электромагнитного поля.
3. Вычислить фиделити состояний двух кубитов.

#### **4. Критерии оценивания**

Студенты, получившие за работу в семестре к началу экзаменационной сессии оценку «неудовлетворительно» (менее 30% усвоения материала), считаются не усвоившими материал и не выполнившими задания курса, поэтому к экзамену не допускаются.

Итоговая оценка выставляется в соответствии со схемой:

Оценка	Баллы	Критерии
Отлично	10	10 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 8. 9 баллов за экзамен и 10 баллов за работу в семестре
	9	9 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 8.

	8	8 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 6. 7 баллов за экзамен и более 8 баллов за работу в семестре
Хорошо	7	7 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 5. 6 баллов за экзамен и более 8 баллов за работу в семестре
	6	6 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 5. 5 баллов за экзамен и более 7 баллов за работу в семестре
	5	5 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 3.
удовлетворительно	4	4 балла за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 3.
	3	3 балла за экзамен и оценка за работу в семестре 3.
неудовлетворительно	2	2 балла за экзамен и оценка за работу в семестре 3.
	1	1 балл за экзамен и оценка за работу в семестре 3.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Студенты, допущенные к экзамену, отвечают на вопросы билета, имея возможность на подготовку не менее 1 часа. Ответы представляются в письменном виде, по которым проводится устное собеседование.

Оценка за ответ на билет выставляется в соответствии со следующим критериями:

Студент, ответивший правильно

на 1 вопрос, получает оценку «неудовл» (1);

на 2 вопроса, получает оценку «удовл» (3) или (4), в зависимости от полноты правильных ответов и ответов на другие вопросы;

на 3 вопроса, получает оценку «хорошо» (5), (6) или (7), в зависимости от полноты правильных ответов и ответов на другие вопросы;

на 4 вопроса, получает оценку «отлично» (8), (9) или (10), в зависимости от полноты правильных ответов и ответов на другие вопросы;

Во время проведения экзамена студенты могут пользоваться программой дисциплины и сборниками домашних заданий. Учебной, учебно-методической и справочной литературой пользоваться во время экзамена не допускается. Во время экзамена должны быть также выключены мобильные телефоны.

Перед началом экзаменационной сессии студенты получают перечень вопросов, ответы на которые необходимо знать для успешной сдачи экзамена. Формулировки вопросов в билетах студенты узнают во время консультаций.

Студенты, получившие итоговую оценку «отлично» (10) и решившие и защитившие задачи повышенной сложности домашнего задания, могут получить дополнительные зачетные единицы по курсу.